

一橋大学入試対策問題集について

「一橋入試は問題が特殊で対策が難しい……なのにきちんとした対策問題集もないし、予想問題も少ない……」そんな悩みを抱える一橋志望者は多いはずです。現に私たちもそういった悩みを抱えていました。もう自分たちと同じように悩んで欲しくない、そんな気持ちから生まれたのがこの「一橋大学入試対策問題集」です。受験を突破した一橋大生ならではの解説、受験勉強を経て蓄積したノウハウ、傾向に即したオリジナル問題、本番を意識した模擬試験、合格者の成績データやおすすめ参考書など、一橋志望者が欲しいものは全て盛り込んだつもりです。この問題集を一橋合格のためのバイブルとして使い倒してください。「この問題集のおかげで合格しました！」そんな喜ばしい声を待っています。受験勉強頑張ってください。では、一橋大学のキャンパスでお会いしましょう。

2017年10月
一橋大学入試研究会一同

テキストの構成

もう説明する必要があるほど認知されている一橋数学の難しさ。理系の人でも解くのが難しいという…。十中八九、あなたは一橋数学に関して不安を抱いていることでしょう。そう、ご存知の通り数学の配点は他大学と比べても非常に高く、一橋の合否は文系にも関わらず数学にかかっていると言っても過言ではありませんからね。しかし、ポジティブになりましょう。逆に言えば、数学を制する者は一橋を制します。このテキストでは一橋数学の傾向に対応し、頻出の整数・確率に重点を置きつつ、さらに関数や立体など幅広く網羅しています。しかも1問1問、まさに一橋大学が好みそうな内容になっており、密度の濃い演習になるはず。加えて解答の前には「考え方」について説明しています。これは、まず問題を見たときに何を考えるのかといったメタ的思考についての説明です。ただ解答を暗記するのではなく、「数強」の人の思考を盗み、他の問題でも活かせるような実力を付けて下さい！このテキストは分野ごとに問題を分けていますので、社会学部や法学部志望で「ちょっと数学は…」という人は最初の整数と場合の数・確率に力を入れて取り組みましょう。この2分野は必出の上、傾向を予測しやすいからです。それでは、どしどし解いていきましょう！

問題集の特徴

この問題集は、一橋大学を受験しようとする皆さんに有意義に使用していただくために様々な工夫を凝らしています。以下にこの問題集の特色を記載しますので、よく読んで利用してください。

- ・この参考書は分野ごとに出題しています。
苦手な分野の克服等につなげてください。
- ・それぞれの分野の後に解説を記載しています。解説は **考え方** と **解答例** から成り立っています。
考え方をしっかりと身につけましょう！
- ・また、答えの部分には **答え** とかかれており、わかりやすくなっています。
- ・各所に図が使用されており理解の手助けをします。

目次

整数	4
場合の数・確率	12
関数	21
領域	23
平面	27
立体	33
ベクトル	37
数と式	40
指数対数	46



- 1 (1) n を自然数とすると、 $n(n+2)$ は平方数とならないことを示せ。
- (2) $f(n)=(n^2+3n+5)(n^2-3n+6)$ が平方数となるような自然数 n をすべて求めよ。(オリジナル)

- 2 x についての 2 次方程式 $x^2 - pqx + p + q = 0$ (p, q は自然数) は 2 つの整数解 (重解を含む) を持つとき、次の問いに答えよ。

- (1) 解の 1 つが 1 であるとき、与式を、 p, q を用いずに表せ。
- (2) 与式を、 p, q を用いずに表せ。

- 3 次の方程式

$$xy^2 + xy + x + x^2 - 3y - 1 = 0$$

を満たす整数 x, y の組をすべて求めよ。

- 4 N を 2 桁の自然数とし、 N の十の位と一の位の積を n とする。 $\frac{N}{n}$ が整数となる N を全て求めよ。

1

考え方

$f(n)=m^2$ と置いても上手くいかなさそうですね。また $n^2+3n+5=p^a$ といった感じにしてみても難しそうです。なのでせっかく (1) があるので、次は逆に「平方数にならない」条件について考えてみます。展開してみると $f(n)=n^4+2n^2+3n+30$ となるので、ここから $(n^2+1)^2$ を連想できるかがカギです。

解答例

(1) $n(n+2)=n^2+2n$ であるから

$$n^2 < n^2 + 2n < (n+1)^2 = n^2 + 2n + 1$$

であるとわかるので、題意は満たされた。

$$\begin{aligned} (2) \quad f(n) &= (n^2 + 3n + 5)(n^2 - 3n + 6) \\ &= n^4 + 2n^2 + 3n + 30 \\ &= (n^2 + 1)^2 + 3n + 29 \quad \dots \textcircled{1} \end{aligned}$$

ここで、 $(n^2 + 1)^2 < f(n) < (n^2 + 2)^2$ を満たす n について考える。
 (これを満たす n は $f(n)$ を平方数にしない)
 n は自然数であることと $\textcircled{1}$ から、 $(n^2 + 1)^2 < f(n)$ は常に成り立つ。
 次に、

$$\begin{aligned} f(n) &< (n^2 + 2)^2 \\ \Rightarrow 2n^2 - 3n - 26 &> 0 \\ \Leftrightarrow n(2n - 3) &> 26 \end{aligned}$$

$n(2n - 3)$ は $n \geq 1$ において単調増加し、
 $4(2 \times 4 - 3) = 20 < 26$, $5(2 \times 5 - 3) = 35 > 26$
 より、 $n \geq 5$ のとき、 $f(n)$ は平方数にはならない。
 以下、1 から 4 までの n について検証する。

$n = 1$ のとき $f(1) = 4 \times 9 = 36 = 6^2$ より適する。
 $n = 2$ のとき $f(2) = 4 \times 15$ より不適。
 $n = 3$ のとき $f(3) = 6 \times 23$ より不適。
 $n = 4$ のとき $f(4) = 10 \times 33$ より不適。
 したがって、求める n は

答え $n=1$